Exercice 1. Dans un repère, on considère les points $A\binom{2}{3}$, $B\binom{0}{-4}$ et $C\binom{1}{1}$. On cherche à déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

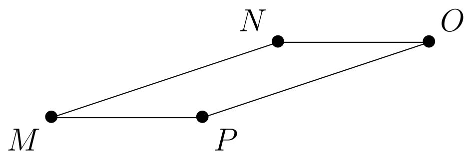
1. Montrer que les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\overrightarrow{AB}\binom{-2}{-7}$.
2. Justifier que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
3. En déduire les coordonnées de D.

Exercice 1 (Corrigé)**.**

1. On a :
$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-2 \\ -4-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \end{pmatrix}$$
2. Puisque $ABCD$ est un parallélogramme, alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux.
3. D'une part, puisque $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors les coordonnées de $\overrightarrow{DC}$ sont $\overrightarrow{DC}\binom{-2}{-7}$.
D'autre part, on a :
$$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x_D \\ 1 - y_D \end{pmatrix}$$
Donc :
$$\begin{cases} 1 - x_D = -2 \\ 1 - y_D = -7 \end{cases}$$
Et donc $x_D = 1+2 = 3$ et $y_D = 1+7 = 8$: les coordonnées de D sont $\boxed{D\binom{3}{8}}$.

Exercice 2. Même question avec les points $P\binom{2{,}5}{5}$, $O\binom{0}{0}$ et $M\binom{1}{-1}$: déterminer les coordonnées du point N tel que $MNOP$ soit un parallélogramme.

Exercice 2 (Corrigé)**.** Appliquons la même méthode qu'à l'exercice précédent.
Pour nous aider à voir les égalités vectorielles, traçons un parallélogramme (sans respecter les coordonnées).



Il y a quatre égalités vectorielles que nous pouvons utiliser : $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NO}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PO}$, $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{ON}$, $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{OP}$.
Utilisons la dernière (au hasard : dans ce cas-là, toutes fonctionnent).
D'une part :

$$\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix} x_M - x_N \\ y_M - y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x_N \\ -1 - y_N \end{pmatrix}$$

D'autre part, $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{OP}$, et les coordonnées de $\overrightarrow{OP}$ sont : $\overrightarrow{OP}\binom{x_P - x_O}{y_P - y_O} = \binom{2{,}5-0}{5-0} = \binom{2{,}5}{5}$.
Nous avons exprimé les coordonnées de $\overrightarrow{NM}$ de deux manières différentes : elles sont donc égales : $\binom{1-x_N}{-1-y_N} = \binom{2{,}5}{5}$.
Nous obtenons deux équations : $\begin{cases} 1 - x_N &= 2,5 \\ -1 - y_N &= 5 \end{cases}$
Résolvons les.

$$\begin{aligned} 1 - x_N &= 2,5 \\ -x_N &= 2,5 - 1 \\ -x_N &= 1,5 \\ x_N &= -1,5 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} -1 - y_N &= 5 \\ -y_N &= 5 + 1 \\ -y_N &= 6 \\ y_N &= -6 \end{aligned}$$

Les coordonnées du point N sont donc $\boxed{N\binom{-1{,}5}{-6}}$.